

Robustní odhady

Problémy analýzy:

- výběr nepochází z Gaussova (normál.) rozdělení
- v datech jsou vybočující hodnoty,

Robustní metody:

- umožňují pouze bodové odhady polohy,
- obvykle se neurčují odhady rozptylů,
- není známo jejich rozdělení,
- nelze konstruovat intervaly spolehlivosti,
- nelze provádět statistické testování.

Rozptyl odhadu polosumy

Rozptyl odhadu polosumy je pro **normální rozdělení** roven

$$D(\hat{x}_P) = \frac{\pi^2 \sigma^2}{24 \ln(N)}$$

Pro **rovnoměrné rozdělení** je

$$D(\hat{x}_P) = \frac{6\sigma^2}{(N-1)(N-2)}$$

Arkussínové rozdělení je definováno v intervalu $(-A, A)$ a pro jeho hustotu pravděpodobnosti platí

$$f(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - x^2}}$$

Pro **arkussínové rozdělení**

$$D(\hat{x}_P) = \frac{5\pi^4 \sigma^2}{N^4}$$

Polosuma

Polosuma je efektivnější než \bar{x} pro $g_2 > 2.2$.

- Pro rozdělení s plochými vrcholy se doporučuje použití kvartilové polosumy

$$P_F = (\tilde{x}_{0.75} - \tilde{x}_{0.25}) / 2$$

kde $\tilde{x}_{0.75}$ resp. $\tilde{x}_{0.25}$ je horní, resp. dolní kvartil

- V případě ohraničených rozdělení (arkussínové a lichoběžníkové třídy) je efektivní tzv. polosuma

$$\hat{x}_P = (x_{\max} - x_{\min}) / 2$$

kde x_{\max} je maximální a x_{\min} je minimální prvek výběru

Medián $\tilde{x}_{0.5}$

- patří k nejstarším robustním odhadům,
- má přesnou interpretaci jak pro symetrická, tak i nesymetrická rozdělení,
- jde vždy o 50%ní kvantil: polovina prvků leží pod a polovina nad hodnotou mediánu $\tilde{x}_{0.5}$,
- když rozdělení výběru není známo, jsou vybočující hodnoty a pak se vypočte neparametrický odhad směrodatné odchylky mediánu

$$s_M = \frac{x_{(n-k+1)} - x_{(k)}}{2 u_{\alpha/2}},$$

kde $k = \frac{n+1}{2} - |u_{\alpha/2}| \sqrt{\frac{n}{4}}$, a pro $\alpha = 0.05$ je $|u_{0.025}| = 1.96$.

Uřezaný průměr $\bar{x}(\vartheta)$

Využívá lineární kombinace pořádkových statistik

$$\bar{x}(\vartheta) = \frac{1}{n - 2M} \sum_{i=M+1}^{n-M} x_{(i)}$$

kde $M = \text{int}(\vartheta n/100)$, a ϑ určuje procento "uřezaných" pořádkových statistik, a to nejvyšších a nejnižších.

Optimální hodnota bývá $\vartheta = 10\%$, a tak vznikne 10%ní uřezaný průměr $\bar{x}(10)$.

V případě většího počtu vybočujících měření se uřezává až na hodnotu $\vartheta = 25\%$.

Winsorizovaný průměr $\bar{x}_w(\vartheta)$

$$\bar{x}_w(\vartheta) = \frac{1}{n} \left[(M + 1) (x_{(M+1)} + x_{(n-M)}) + \sum_{i=M+2}^{n-M-1} x_{(i)} \right]$$

Tukey-McLaughlinovo testační kritérium pro test správnosti

$$H_0: \bar{x}(\vartheta) = \mu \quad \text{vs.} \quad H_A: \bar{x}(\vartheta) \neq \mu$$

$$t_R(\vartheta) = \frac{[\bar{x}(\vartheta) - \mu] \sqrt{h(h-1)}}{S_w(\vartheta)}, \quad \text{kde } h = n - 2M.$$

Pro malé výběry od $n = 5$ se doporučuje $M = 1$, tj. $\vartheta = 20$

Testování: $t_R(\vartheta) < t_{1-\alpha/2}(h-1)$, pak H_0 je přijata.

♦ α -uřezaný průměr $\bar{x}(\alpha)$ je definován vztahem

$$\bar{x}(\alpha) = \frac{1}{n - 2M} \sum_{i=M+1}^{N-M} x_{(i)}$$

kde $M = \text{int}(\alpha N/100)$ je celá část výrazu $\alpha N/100$ a $x_{(i)}$ jsou pořádkové statistiky (vzestupně seříděné prvky výběru).

Kombinovaný odhad centra

♦ Pro symetrická rozdělení s možnými vybočujícími hodnotami je doporučeno volit jako odhad středu symetrie (centrální hodnoty) medián

$$\tilde{x}_C = \text{med}\{\bar{x}, \tilde{x}_{0.5}, \hat{x}_P, \text{PF}, \bar{x}(0.25)\}$$

kde $\text{med}\{\cdot\}$ označuje medián z prvků v závorce.

Pro odhad rozptylu odhadu \tilde{x}_C je možno použít interkvantilové délky

$$k_{0.9} = (\tilde{x}_{0.95} - \tilde{x}_{0.05})/2$$

$$D(\tilde{x}_C) = k_{0.9}^2 / (2.72N)$$

Příklad 3.22 Kalibrace pipety z malého počtu naměřených dat

Pipeta o objemu 25 ml byla kalibrována metodou vážení a bylo získáno 7 hodnot. Určete bodové a intervalové odhady skutečného objemu pipety.

Data: $n = 7$, přepočtený objem pipety v ml :

24.96439, 24.97758, 24.96809, 24.97409, 24.96880, **24.94759**, 24.97119.

Řešení:

1. Bodové odhady parametrů z původních dat:

$$\bar{x} = 24.967 \text{ ml}, s = .00972 \text{ ml}, \delta = 0.039 \%, \hat{g}_1 = -1.25, \hat{g}_2 = 3.64.$$

2. Ověření základních předpokladů:

- nezávislost prvků výběru,
- nelze zamítnout nulovou hypotézu o normalitě dat;
- mimo vnitřní hradby leží hodnota 24.94759 ml.

3. Interval spolehlivosti aritmetického průměru pro $\alpha = 0.05$ je

$$24.958 \leq \mu \leq 24.976$$

ADSTAT: 24.958 < 24.967 < 24.976

4. Robustní interval spolehlivosti z "biweight" odhadů je

$$24.960 \leq \mu \leq 24.977.$$

5. Výraznější rozdíly jsou však v odhadech rozptylu:

$$D(\hat{\mu}_M) = 8.55 \cdot 10^{-5} \text{ a } \sigma^2(x) = 9.44 \cdot 10^{-5}.$$

6. Hornův postup malému počtu dat:

- hloubka pivotu $H_L = 2$,
- dolní pivot je $x_{(2)} = 24.96439$ a horní pivot $x_{(6)} = 24.97409$,
- pro $1 - \alpha/2 = 0.975$ je kvantil $t_L = 0.72$,
- odhadem střední hodnoty je pivotová polosuma $P_L = 24.9692 \text{ ml}$,
- odhadem rozptýlení pivotové rozpětí $R_L = 0.0097 \text{ ml}$, $\delta = 0.039 \%$,
- pro 95%ní interval spolehlivosti střední hodnoty je

$$24.962 \leq \mu \leq 24.976.$$

Závěr:

- S ohledem na malý rozsah výběru je postačující Hornův postup, tj. $P_L = 24.9692 \text{ ml}$ a interval spolehlivosti i. s. **24.962 $\leq \mu \leq$ 24.976.**
- Předběžná analýza indikuje jedno vybočující měření, a proto je vhodné použít robustních odhadů, tj. z "biweight" bude i. s. **24.960 $\leq \mu \leq$ 24.977.**

Vyřešené příklady odhadů střední hodnoty

M. Meloun, J. Militký:

Interaktivní statistická analýza dat

Karolinum Praha 2012

10

Příklad 3.23 Vyšetření obsahu Na^+ , Ca^{2+} , Mg^{2+} a močoviny v krvi

Ze stáda 180 dojnic byla 32 náhodně vybraným jedincům odebrána krev a vyšetřen obsah tří biogenních prvků a močoviny.

Stanovte, zda obsahy těchto čtyř látek leží v intervalu zdravotní normy:

$$134.5 \leq \text{Na}^+ \leq 150 \text{ mmol dm}^{-3}, 2.24 \leq \text{Ca}^{2+} \leq 3.0 \text{ mmol dm}^{-3},$$

$$0.77 \leq \text{Mg}^{2+} \leq 1.07 \text{ mmol dm}^{-3}, 2.5 \leq \text{močovina} \leq 5.1 \text{ mmol dm}^{-3}.$$

Zvolte hladinu významnosti $\alpha = 0.05$.

Data:

- Výběr hodnot Na^+ [mmol dm^{-3}],
- Výběr hodnot Ca^{2+} [mmol dm^{-3}],
- Výběr hodnot Mg^{2+} [mmol dm^{-3}],
- Výběr hodnot močoviny [mmol dm^{-3}].

Řešení: Vzhledem k rozsahu dat byly vyčísleny 95%ní intervaly spolehlivosti pro očekávané hodnoty aritmetického průměru $E(\bar{x})$, mediánu $E(\tilde{x}_{0.5})$ a 40%ního uřezaného průměru $E(\bar{x}(40))$:

1. **Pro Na⁺:** $136.27 \leq E(\bar{x}) \leq 138.89,$ $135.63 \leq E(\bar{x}_{0,5}) \leq 139.77$ a
 $135.74 \leq E(\bar{x}(40)) \leq 139.71.$

Obsah Na⁺ leží na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ v rozmezí zadané normy.

2. **Pro Ca²⁺:** $2.434 \leq E(\bar{x}) \leq 2.487,$ $2.429 \leq E(\bar{x}_{0,5}) \leq 2.491$ a
 $2.438 \leq E(\bar{x}(40)) \leq 2.486.$

Obsah Ca²⁺ leží na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ v rozmezí zadané normy.

3. **Pro Mg²⁺:** $0.743 \leq E(\bar{x}) \leq 0.810,$ $0.741 \leq E(\bar{x}_{0,5}) \leq 0.811$ a
 $0.746 \leq E(\bar{x}(40)) \leq 0.802.$

Obsah Mg²⁺ leží na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ v rozmezí zadané normy.

4. **Pro močovinu:** $4.797 \leq E(\bar{x}) \leq 5.583,$ $4.765 \leq E(\bar{x}_{0,5}) \leq 5.635$ a
 $4.816 \leq E(\bar{x}(40)) \leq 5.568.$

Obsah močoviny leží na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ v intervalu předepsaném normou.

Závěr: Robustní a silně uřezané odhady poskytují v tomto případě prakticky stejné výsledky jako klasická analýza.

Úlohy k procvičení odhadů střední hodnoty

M. Meloun, J. Militký:

Kompendium statistického zpracování dat,
Karolinum Praha 2012

Příklad 3.28 Horní hranice intervalu spolehlivosti průměrného obsahu fluoru v hnojivu

Fluor představuje nežádoucí nečistotu ve fosfátových hnojivech. Určete horní hranici 95%ního intervalu spolehlivosti průměrného obsahu fluoru na základě výsledků analýzy 20 vybraných vzorků fosfátového hnojiva.

Data: n = 20, [obsah v %]:

0.16, 0.16, 0.15, 0.13, 0.18, 0.19, 0.13, 0.19, 0.18, 0.14, 0.29, 0.14, 0.12, 0.10, 0.16, 0.13, 0.16, 0.16, 0.13, 0.14.

Řešení:

Vzhledem k heterogenitě hnojiva lze očekávat výskyt vybočujících hodnot, a proto byly vyčísleny intervaly spolehlivosti nejen aritmetického průměru $E(\bar{x})$ ale také mediánu $E(\bar{x}_{0,5})$ a robustního "biweight" odhadu $E(\hat{\mu}_M)$:

$$0.139 \leq E(\bar{x}) \leq 0.175,$$

$$0.134 \leq E(\bar{x}_{0,5}) \leq 0.176,$$

$$0.139 \leq E(\hat{\mu}_M) \leq 0.163.$$

Závěr:

Vzhledem k vybočující hodnotě (0.29) je interval spolehlivosti očekávané hodnoty aritmetického průměru příliš široký a sám aritmetický průměr je vychýlen k vyšším hodnotám.

Horní mez 95%ního intervalu spolehlivosti průměrného obsahu fluoru je proto stanovena na základě robustního odhadu jako 0.163 %.

Úloha E3.04 Odhad střední hodnoty obsahu fluoranthenu ve vodě (Horn)

Fluoranthen je typický zástupce polyaromatických uhlovodíků ve vodě. Skupina těchto látek se stanovuje pomocí vysokoúčinné kapalinové chromatografie s fluorimetrickou detekcí. Na datech stanovení fluoranthenu je třeba určit parametry polohy a rozptýlení Hornovy metody pivotů a výsledky porovnat s klasickými a robustními statistikami polohy a rozptýlení.

Data: Koncentrace fluoranthenu [ng.l⁻¹] ve vodě: 24.1, 24.1, 24.3, 24.7, 25.1, 25.1, 25.1, 25.1, 25.4, 25.4, 25.6, 25.7, 26.2, 26.3.

Klasické parametry :

Sloupce :	E304
Počet platných dat :	14
Řád trendu :	4
Testovaná hodnota :	0
Výhlazení hustoty :	0,5
Hladina významnosti :	0,05
Průměr :	25,15714286
Spodní mez :	24,75858829
Horní mez :	25,55569742
Rozptýl :	0,4764835165
Směr. odchylka :	0,6902778546
Dolní mez :	0,5004196436
Horní mez :	1,112066906
Robustní směr.odch.	0,66717
Šikmost :	-0,04526184377
Odchylka od 0 :	Nevýznamná
Špičatost :	2,226591328
Odchylka od 3 :	Nevýznamná
Polosuma	25,2
Modus :	25,00095238
Geometrický průměr	25,14833683
Harmonický průměr	25,13951935

Robustní parametry :

Medián :	25,1
IS spodní :	23,88752593
IS horní :	26,31247407
Mediánová směr. odchylka :	0,5612347986
Mediánový rozptýl :	0,3149844991
10% Průměr :	25,15
10% IS spodní :	24,68172702
10% IS horní :	25,61827298
10% Směr. odchylka :	0,5385164807
10% Rozptýl :	0,29
40% Průměr :	25,1875
40% IS spodní :	24,76966019
40% IS horní :	25,60533981
40% Směr. odchylka :	0,2020693572
40% Rozptýl :	0,0408320251

Analýza malých výběrů

N:	14
Střední hodnota :	25,15
Spodní mez (5%) :	24,7567
Horní mez (95%) :	25,5433
Spodní mez (2.5%) :	24,6775
Horní mez (97.5%) :	25,6225
Pivotové rozpětí :	0,9
Test normality	Momentový
Sloupce :	E304
Normalita :	Přijata
Testové kritérium :	0,05982357596
Kritický kvantil chi2(22) :	5,991464547
p-hodnota :	0,9705311423

Exponenciální transformace:

Zvolený parametr :	-0,0256023407
Opravený průměr :	25,16529637
Spodní mez:	24,76395589
Horní mez:	25,56076362

Úloha E3.05 Test správnosti obsah amoniakálního dusíku v odpadní vodě (Horn)

Byl stanoven obsah amoniakálního dusíku v odpadní vodě v mg. l⁻¹. Hornovou metodou je třeba z naměřených hodnot stanovit odhad střední hodnoty a 95% interval spolehlivosti. Dosahuje odhad střední hodnoty hodnoty 2.45 mg. l⁻¹? Ověřte především pomocí interva-lového odhadu.

Data: Obsah amoniakálního dusíku [mg. l⁻¹] v odpadní vodě: 2.45, 2.46, 2.46, 2.47, 2.48, 2.48, 2.49.

Klasické parametry :

Sloupce :	E305
Průměr :	2,47
Spodní mez :	2,456920706
Horní mez :	2,483079294
Rozptyl :	0,0002
Směr. odchylka :	0,01414213562
Dolní mez :	0,00911309897
Horní mez :	0,03114191762
Robustní směr.odch.	0,014826
Detrendovaná směr.odch.(MR)	0,00506585613
Šikmost	8,474810503E-014
Odchylka od 0 :	Nevýznamná
Špičatost :	1,75
Odchylka od 3 :	Nevýznamná

Robustní parametry :

Sloupce :	E305
Medián :	2,47
IS spodní :	2,445031053
IS horní :	2,494968947
Medianová směr. odchylka :	0,01020426907
Medianový rozptyl :	0,0001041271072
10% Průměr :	2,47
10% IS spodní :	2,454792784
10% IS horní :	2,485207216
10% Směr. odchylka :	0,008164965809
10% Rozptyl :	6,666666667E-005
20% Průměr :	2,47
20% IS spodní :	2,454792784
20% IS horní :	2,485207216
20% Směr. odchylka :	0,008164965809
20% Rozptyl :	6,666666667E-005
40% Průměr :	2,47
40% IS spodní :	2,426973473
40% IS horní :	2,513026527
40% Směr. odchylka :	0,005773502692
40% Rozptyl :	3,333333333E-005

Analýza malých výběrů

N :	7
Střední hodnota :	2,47
Spodní mez (5%) :	2,459
Horní mez (95%) :	2,481
Spodní mez (2.5%) :	2,4556
Horní mez (97.5%) :	2,4844
Pivotové rozpětí :	0,02

Test normality Momentový

Sloupce :	E305
Normalita :	Přijata
Testové kritérium :	0,02043251507
Kritický kvantil chi2(22) :	5,991464547
p-hodnota :	0,9898357512

Exponenciální transformace:

Zvolený parametr :	0
Opravený průměr :	2,47
Spodní mez:	2,456920706
Horní mez:	2,483079294

Úloha E3.38 Data obsahu kadmia v půdě mají část pod limitou detekce

Výběr 27 hodnot byl cenzorován, protože 4 hodnoty se nacházely pod limitou detekce $x_D = 6$ mg/kg. Určete nejlepší odhad střední hodnoty. Je vhodné užít robustní medián nebo uřezaný průměr?

Data: Obsah kadmia v půdě [mg/kg]: 6.1, 6.1, 6.1, 6.1, 6.1, 6.3, 6.5, 6.7, 6.9, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, 8.0, 8.1, 8.3, 8.5, 8.7, 8.9, 9.2, 9.4, 9.6, 10.1

Klasické parametry :

Sloupce :	E338
Průměr :	7,633333333
Spodní mez :	7,16449779
Horní mez :	8,102168877
Rozptyl :	1,404615385
Směr. odchylka :	1,185164708
Dolní mez :	0,9371869626
Horní mez :	1,614621497
Robustní směr.odch.	1,33434
Šikmost	0,3096075064
Odchylka od 0 :	Nevýznamná
Špičatost :	2,145801367
Odchylka od 3 :	Nevýznamná
Polosuma	8,1
Modus :	7,538095238
Geometrický průměr	7,545959634
Harmonický průměr	7,460309272

Robustní parametry :

Sloupce :	E338
Medián :	7,6
IS spodní :	5,502482454
IS horní :	9,697517546
Median. směr. odch. :	1,020426907
Medianový rozptyl :	1,041271072
10% Průměr :	7,573913043
10% IS spodní :	7,046061996
10% IS horní :	8,101764091
10% Směr. odchylka :	0,9156754548
10% Rozptyl :	0,8384615385
20% Průměr :	7,557142857
20% IS spodní :	6,992934164
20% IS horní :	8,12135155
20% Směr. odchylka :	0,7913078359
20% Rozptyl :	0,6261680912
40% Průměr :	7,56
40% IS spodní :	6,955895659
40% IS horní :	8,164104341
40% Směr. odchylka :	0,4227504568
40% Rozptyl :	0,1787179487

Test normality

Sloupce :	E338
Normalita :	Přijata
Testové kritérium :	0,7940141131
Kritický kvantil chi2(22) :	5,991464547
p-hodnota :	0,6723292813

Momentový

Exponenciální transformace:

Zvolený parametr :	0,2283325195
Opravený průměr :	7,511781132
Spodní mez:	7,074684964
Horní mez:	7,988824688

- 17 ADSTAT-Aritmetický průměr: 2.470, s= 0.014
ADSTAT-Retransformovaný průměr: 2.47,

Úloha E3.62 Obsah chloridů ve vodném výluhu posypového materiálu v Brně

V posypovém materiálu připraveném na zimní sezónu 2001/2002 pro Brno-město byl sledován obsah chloridů ve vodném výluhu. Určete obsah vyluhovatelných chloridů a interval spolehlivosti. Vyšetřete o jaký typ rozdělení se jedná a proveďte transformaci dat pokud bude nutná.

Data: Naměřená data Cl- [mg/l], n = 50, $\alpha = 0.05$: 49.76 50.13 49.19 49.07 50.89 49.02 49.48 50.43 49.74 49.33 50.84 49.19 50.00 50.04 49.84 49.90 49.15 54.15 55.17 49.24 49.67 49.90 50.39 49.26 49.01 49.67 51.57 50.58 49.44 50.73 49.54 49.09 49.16 49.82 49.05 49.25 49.49 50.41 50.92 50.23 49.31 51.10 49.04 49.52 50.83 49.19 49.39 49.35 50.85 50.01.

Klasické parametry :

Sloupce :	E362
Průměr :	50,0066
Spodní mez :	49,67478982
Horní mez :	50,33841018
Rozptyl :	1,363141265
Směr. odchylka :	1,167536409
Dolní mez :	0,9783335991
Horní mez :	1,449010868
Robustní směr.odch.	0,763539
Šikmost	2,673906792
Odchylka od 0 :	Významná
Špičatost :	11,4963506
Odchylka od 3 :	Významná
Polosuma	52,09
Modus :	49,1254549
Geometrický průměr	49,99375684
Harmonický průměr	49,98139984

Robustní parametry :

Sloupce :	E362
Medián :	49,705
IS spodní :	48,8642439
IS horní :	50,5457561
Medianová směr. odchylka :	0,4183750317
Medianový rozptyl :	0,1750376671
10% Průměr :	49,82659091
10% IS spodní :	49,60508956
10% IS horní :	50,04809226
10% Směr. odchylka :	0,5755864133
10% Rozptyl :	0,3312997192
40% Průměr :	49,74366667
40% IS spodní :	49,47860637
40% IS horní :	50,00872697
40% Směr. odchylka :	0,3132508026
40% Rozptyl :	0,09812606531

Test normality

Sloupce :	E362
Normalita :	Zamítnuta
Testové kritérium :	17,22778328
Kritický kvantil chi2(22) :	5,991464547
p-hodnota :	0,0001815659448

Exponenciální transformace:

Zvolený parametr :	1,575864792
Opravený průměr :	49,63697668
Spodní mez:	49,48816177
Horní mez:	49,82339333

- 18 ADSTAT-Aritmetický průměr: 7.633, s= 1.185
ADSTAT-Retransformovaný průměr: 7.511,

Úloha S3.08 Zjišťování sklizňových ztrát

Zjišťování sklizňových ztrát u obilí se provádí následujícím způsobem: prvky výběru jsou plošky o výměře 1 m², na nichž se sbírají nesklizené klasy a jednotlivá zrna a zjišťuje se jejich přesná hmotnost. Z údajů v gramech odhadnete střední hodnotu základního souboru, který je představován pozemkem. Určete mez, o které můžeme s 95% jistotou prohlásit, že ji průměrné ztráty na 1 m² v základním souboru nepřekročí. Jsou ve výběru odlehle hodnoty?

Data: Sklizňová ztráta obilí [g/m²]: 3.2, 6.1, 8.0, 6.5, 5.5, 5.5, 3.2, 6.2, 8.7, 5.6, 7.8, 5.6, 9.5, 6.2, 8.5, 6.3, 6.2, 6.8, 6.6, 6.0.

Klasické parametry :

Sloupce :	S308
Průměr :	6,4
Spodní mez :	5,657671098
Horní mez :	7,142328902
Rozptyl :	2,515789474
Směr. odchylka :	1,586124041
Dolní mez :	1,206232097
Horní mez :	2,316647785
Robustní směr.odch.	0,88956
Detrendovaná směr.odch.(MR)	1,586879433
Šikmost	-0,1353505432
Odchylka od 0 :	Nevýznamná
Špičatost :	3,16951734
Odchylka od 3 :	Nevýznamná

Robustní parametry :

Sloupce :	S308
Medián :	6,2
IS spodní :	3,263305166
IS horní :	9,136694834
Medianová směr. odchylka :	1,403086996
Medianový rozptyl :	1,96865312
10% Průměr :	6,405555556
10% IS spodní :	5,610552723
10% IS horní :	7,200558389
10% Směr. odchylka :	1,213667777
10% Rozptyl :	1,472989474
20% Průměr :	6,4625
20% IS spodní :	5,813048804
20% IS horní :	7,111951196
20% Směr. odchylka :	0,8124815787
20% Rozptyl :	0,6601263158
40% Průměr :	6,325
40% IS spodní :	5,605204633
40% IS horní :	7,044795367
40% Směr. odchylka :	0,4606916996
40% Rozptyl :	0,2122368421

Analýza malých výběrů

N :	20
Střední hodnota :	6,7
Spodní mez (5%) :	5,9586
Horní mez (95%) :	7,4414
Spodní mez (2.5%) :	5,8266
Horní mez (97.5%) :	7,5734
Pivotové rozpětí :	2,2

Test normality

Sloupce :	Momentový
Normalita :	Přijata
Testové kritérium :	0,1773636993
Kritický kvantil chi2(22) :	5,991464547
p-hodnota :	0,9151366783

Exponenciální transformace:

Zvolený parametr :	-0,04415512085
Opravený průměr :	6,432807495
Spodní mez:	5,684157326
Horní mez:	7,166218147

- 19 ADSTAT-Aritmetický průměr: 5.000, s= 1.167
ADSTAT-Retransformovaný průměr: 49.96,

- 20 ADSTAT-Aritmetický průměr: 6.400, s= 1.586
ADSTAT-Retransformovaný průměr: 6.439,

Úloha S3.02 Určení systematické chyby přístroje testem správnosti

Skupina studentů měřila vzdálenost dvou orientačních bodů, které byly vybrány tak, aby byly přesně ve vzdálenosti 100.00 m. Studenti naměřili 26 následujících údajů. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ metodou intervalu spolehlivosti míry polohy otestujte zda přístroj, kterým bylo měření provedeno, nemá systematickou chybu. Jsou ve výběrech horní odlehle hodnoty, to znamená dosažené rekordy?

Data: Měřená 100 m vzdálenost: 100.02, 100.01, 99.98, 100.09, 100.01, 100.01, 100.01, 99.99, 100.05, 100.03, 100.01, 99.96, 100.02, 100.04, 100.00, 99.98, 99.99, 100.03, 100.07, 100.01, 100.00, 99.96, 100.01, 100.02, 100.02, 100.00.

Klasické parametry :

Sloupce :	S302
Průměr :	100,0123077
Spodní mez :	100,0004734
Horní mez :	100,024142
Rozptyl :	0,000858461
Směr. odchylka :	0,029299514
Dolní mez :	0,023074755
Horní mez :	0,040201345
Robustní směr.odch.	0,014826
Šikmost :	0,595361137
Odchylka od 0 :	Nevýznamná
Špičatost :	3,841025167
Odchylka od 3 :	Nevýznamná
Polosuma :	100,025
Modus :	100,0057265
Geometrický průměr :	100,0123036
Harmonický průměr :	100,0122994

Robustní parametry :

Sloupce :	S302
Medián :	100,01
IS spodní :	99,94169772
IS horní :	100,0783023
Medianová směr. odchylka :	0,03316387446
Medianový rozptyl :	0,001099842569
10% Průměr :	100,0109091
10% IS spodní :	100,0005162
10% IS horní :	100,021302
10% Směr. odchylka :	0,01623641899
10% Rozptyl :	0,0002636213018
20% Průměr :	100,0105
20% IS spodní :	100,000037
20% IS horní :	100,020963
20% Směr. odchylka :	0,0127988535
20% Rozptyl :	0,0001638106509
40% Průměr :	100,0107143
40% IS spodní :	100,0037411
40% IS horní :	100,0176874
40% Směr. odchylka :	0,005270213272
40% Rozptyl :	2,777514793E-005

Test normality

Sloupce :	S302
Normalita :	Přijata
Testové kritérium :	2,26516636
Kritický kvantil $\chi^2(22)$:	5,991464547
p-hodnota :	0,3221998802

Momentový

Exponenciální transformace:

Zvolený parametr :	0,1778659821
Opravený průměr :	100,0099944
Spodní mez :	99,99890151
Horní mez :	100,0218833

21

ADSTAT-Aritmetický průměr: 100.01, s= 0.03
ADSTAT-Retransformovaný průměr: 100.01,

22